

Calcul scientifique en action — Projets

Vous devez choisir un sujet parmi ceux proposés plus bas. Les projets se font en binôme. Ils sont évalués seulement à travers un rapport et une soutenance de 10 minutes (+ quelques minutes de questions). Certains sujets peuvent être panachés ou ajustés (en accord avec moi!).

Le rapport doit vérifier les conditions suivantes :

- Il ne doit inclure aucun programme.
- Il doit faire une dizaine de pages (plus ou moins deux pages),
- il doit être rédigé de préférence en L^AT_EX (ou en T_EX pour les plus courageux...).
- il doit être rendu par email à l'adresse `nicolas.seguin@univ-rennes1.fr`, au plus tard le mercredi 21 février à 20h. Vous recevrez une confirmation de bonne réception au plus tard le lendemain matin.
- Il doit être indépendant de tout document extérieur (sujet du projet, cours, TD, livre...).
- Les résultats les plus pertinents devront être clairement énoncés et des démonstrations rapides (c'est-à-dire contenant seulement les étapes importantes) pourront être incluses.
- Il doit aussi contenir des graphiques issus des programmes, qui doivent être abondamment commentés. En particulier, ceux-ci doivent témoigner du bon fonctionnement des programmes et répondre aux problématiques du projet.
- Vous pouvez assortir votre rapport de fichiers complémentaires : animations, fichier PDF des planches de type exposé, pourquoi pas une vidéo de vous en train de faire l'exposé initialement prévu... tout ça n'est pas obligatoire, seul le rapport l'est. Dans le cas de fichiers volumineux, passez par des solutions de stockage en ligne plutôt que de tenter de les envoyer par mail.
- Le rapport doit pouvoir être lu sans trop de difficulté par un étudiant de M2 n'ayant pas suivi ce module (donc vous début janvier).
- Il n'y aura pas de soutenance.

Table des matières

1	Trafic routier	2
1.1	Obstacle sur une route	2
1.2	Modélisation d'un carrefour	2
1.3	Le phénomène d'accordéon	2
2	Équations de Saint-Venant	2
2.1	Roll waves	2
2.2	Ressaut hydraulique	3
2.3	Perte de charge due à une marche	3
2.4	Propagation d'onde solitaire	3
2.5	Équations en 2D	3
3	Dynamique des fluides compressibles	3
3.1	Propriétés thermodynamiques des ondes de choc	3
3.2	Choc transonique dans une tuyère	3
3.3	Milieu poreux discontinu et perte de charge	4
3.4	Équations en 2D	4

1 Trafic routier

1.1 Obstacle sur une route

En se basant sur le modèle LWR, on étudiera l'influence d'un obstacle sur une route. Soit $f(u)$ le flux du modèle LWR, alors on modélise un obstacle ainsi :

$$\begin{cases} \partial_t u + \partial_x f(u) = 0, & t > 0, x \neq 0, \\ f(u(t, 0^-)) = f(u(t, 0^+)) \leq F(t), \end{cases} \quad (1)$$

où $F(t)$ est une valeur limitant donc le flux de voitures en $x = 0$. Du point de vue numérique, en prenant un schéma volumes finis classique, en prenant comme notation $x_{1/2} = 0$, alors on change le flux numérique $g(u_7^n, u_{i+1}^n)$ sur cette interface par

$$g_{1/2}^n = \min(g(u_0^n, u_1^n), F(t^n)). \quad (2)$$

Le but de ce projet est de comprendre les solutions données par cette méthode et de déterminer des cas intéressants à étudier. . .

1.2 Modélisation d'un carrefour

Dans ce projet, on étudie le cas d'un carrefour à trois routes à sens unique, soit avec deux routes qui se rejoignent pour en devenir qu'une seule, soit avec une route se séparant en deux. Sur chaque route sera utiliser le modèle LWR. Le carrefour sera modélisé par des conditions aux bords couplées pour chaque route, en préservant le nombre total de voitures. Plusieurs idées de couplage pourront être testées. . .

1.3 Le phénomène d'accordéon

Pour étudier ce phénomène, on utilise le modèle inhomogène de Aw–Rascle–Zhang,

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x(\rho u) = 0, \\ \partial_t(u + h(\rho)) + \partial_x(u(u + h(\rho))) = \frac{1}{\tau}(U(\rho) - u), \end{cases} \quad (3)$$

(Pou plus de détails, voir <https://arxiv.org/pdf/1204.5510.pdf>.) En prenant des conditions aux bords périodiques, on étudie le comportement des solutions issues de perturbations de données initiales constantes. Le but est de comprendre la forme de ces solutions et de les classifier en fonction de la densité initiale de voitures.

2 Équations de Saint-Venant

2.1 Roll waves

Les roll waves apparaissent sur une pente constante et sont dues à la friction du fond. Elles peuvent apparaître seulement dans certaines configurations, à déterminer numériquement. Le but est aussi d'arriver à caractériser leur forme et leur vitesse. Pour cela, on étudiera les équations de Saint-Venant avec prise en compte du fond :

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x(hu) = 0, \\ \partial_t(hu) + \partial_x(hu^2 + gh^2/2) = -ghS - C_f u|u| \end{cases} \quad (4)$$

où S est la pente du fond et $C_f > 0$ est le coefficient de friction.

2.2 Ressaut hydraulique

Dans des cas particuliers d'écoulements sur un fond non plat (sans friction, voir le modèle (4) avec $C_f = 0$), des chocs stationnaires peuvent apparaître. Dans le contexte des écoulements d'eau peu profonde, on les appelle ressaut hydraulique. On verra des configurations pour lesquels ceux-ci sont présents et on étudiera leurs propriétés.

2.3 Perte de charge due à une marche

Au-dessus d'une marche, l'écoulement devient discontinu. Le but sera d'étudier l'incidence d'une telle bathymétrie, notamment à travers les sauts de hauteur d'eau et de débit.

2.4 Propagation d'onde solitaire

Les équations de Saint-Venant ne permettent pas de propager des ondes solitaires, on ajoute alors un terme d'ordre 3 pour parvenir à avoir de telles solutions. Le but ici est d'étudier une méthode volumes finis pour approcher les solutions de ce nouveau système et voir reproduire numériquement ces solutions (<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01358630v2/document>).

2.5 Équations en 2D

Le but de ce projet est développer un code dans le cas de la dimension 2 pour les équations de Saint-Venant. On pourra au choix développer soi-même un code sur maillage structuré, soit développer à partir d'un programme C++/FreeFem++ un code sur maillage non structuré.

3 Dynamique des fluides compressibles

Ces projets sont basés sur les équations d'Euler (barotrope ou avec énergie).

3.1 Propriétés thermodynamiques des ondes de choc

Le but est d'étudier les structures de solutions simples (problèmes de Riemann, ondes isolées...) quand on modifie les lois d'état dans les équations d'Euler. Les simulations devront être confrontées aux calculs explicites de solutions.

3.2 Choc transonique dans une tuyère

Lorsque l'écoulement a lieu dans une section dont la section varie en espace, différents régimes stationnaires peuvent être présents. Le but est de les étudier, notamment dans le cas où une onde de choc apparaît. Pour cela, on approchera les solutions du système

$$\begin{cases} \partial_t(S\rho) + \partial_x(S\rho u) = 0, \\ \partial_t(S\rho u) + \partial_x(S\rho u^2 + Sp(\rho)) - pS'(x) = 0, \end{cases} \quad (5)$$

où $S = S(x)$ est l'aire de la section de la tuyère.

3.3 Milieu poreux discontinu et perte de charge

Quand le fluide est plongé dans un milieu poreux, les variations de porosité peuvent modifier fortement l'écoulement. On étudiera les relations que vérifient les solutions numériques à travers des changements brusques de porosité, associées au système (5) où cette fois S représente la porosité du milieu.

3.4 Équations en 2D

Le but de ce projet est développer un code dans le cas de la dimension 2. On pourra au choix développer soi-même un code sur maillage structuré, soit développer à partir d'un programme C++/FreeFem++ un code sur maillage non structuré.